

NOTA TÉCNICA - 02/2020

GRUPO DE POLITICAS PUBLICAS E DESENVOLVIMENTO (GPPD)

BELO HORIZONTE, MG - 29/03/2020



PREVISÕES A PARTIR DO MODELO  
EPIDEMIOLÓGICO SIR PARA OS CASOS DE  
INFECÇÃO PELO COVID-19  
UMA APLICAÇÃO PARA OS ESTADOS BRASILEIROS

**RAFAEL S. M. RIBEIRO**

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

CENTRO DE DESENVOLVIMENTO E PLANEJAMENTO REGIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

## Sumário

1	Introdução .....	2
2	Metodologia .....	2
3	Base de dados.....	3
4	Previsões.....	3
5	Taxa de reprodução.....	9
6	Comentários finais.....	11

## 1 Introdução

O objetivo desta nota técnica é realizar um exercício aplicando o modelo epidemiológico S-I-R aos casos confirmados de infecção pelo COVID-19 para os estados do Brasil. Com isso, tentamos prever quando será a época aproximadamente do pico de casos para cada um dos estados em questão. Além disso, calculamos também a taxa de reprodução que é o número médio de pessoas saudáveis que cada pessoa infectada contamina.

## 2 Metodologia

O modelo desenvolvido por Kermack e McKendrick em 1927 parte do pressuposto de que a população ( $N$ ) pode ser dividida em três grupos de pessoas: Suscetíveis ( $S$ ), Infectados ( $I$ ) e Recuperados ( $R$ ). A partir daí, o modelo S-I-R busca resolver o sistema de equações diferenciais ordinárias abaixo:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{I}{N} S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{I}{N} S - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são os coeficientes de contágio e de recuperação, respectivamente. A primeira equação assume que a variação no número de suscetíveis é uma relação inversa entre a taxa de infectados ( $I/N$ ) e o número absoluto de suscetíveis. A segunda equação diz que a variação no número de infectados depende diretamente da taxa de infectados e o número absoluto de suscetíveis e inversamente do número absoluto de infectados. A terceira equação mostra que o número de recuperados é uma relação direta do número de infectados.

Para ajustar os coeficientes  $\beta$  e  $\gamma$  aos dados minimizamos a soma dos quadrados ( $SQ$ ) da diferença entre o número absoluto de infectados e o número de infectados ajustado a partir do sistema de equações diferenciais descrito acima:

$$SQ(\beta, \gamma) = \sum_t [I(t) - \hat{I}(t)]^2$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são obtidos por meio de um processo de otimização iterativo a partir do método L-BFGS-B desenvolvido por Byrd et. al. (1995), que permite restrições sobre o domínio paramétrico para minimizar a soma dos quadrados apresentada acima.

### 3 Base de dados

Para isso, foram utilizados os dados de casos confirmados por estados do Ministério da Saúde. A variável  $N$  representa o tamanho da população de cada estado. Nesse caso, foram utilizadas as estimativas populacionais de cada estado calculadas pelo IBGE para o ano de 2019.

### 4 Previsões

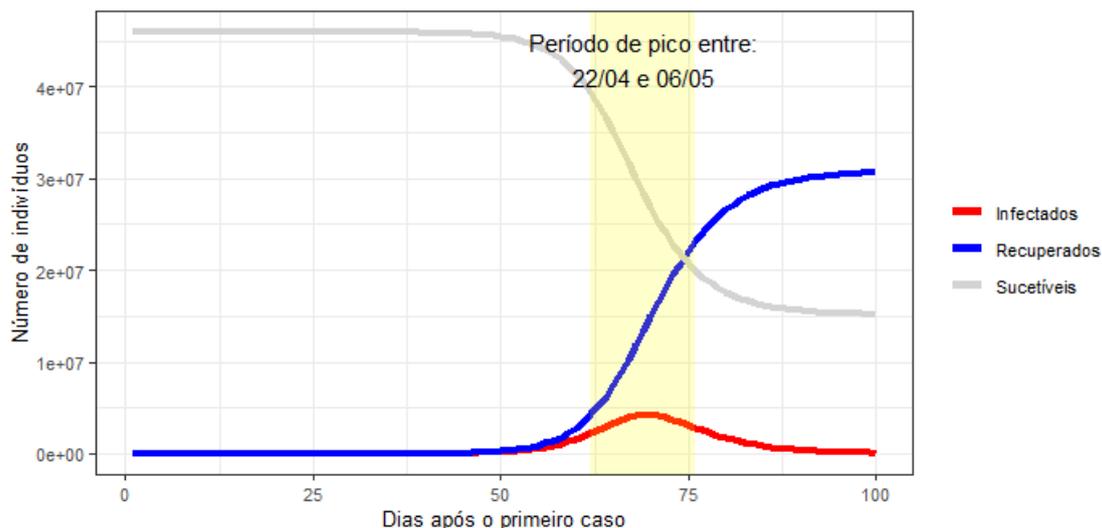
Abaixo listamos as previsões para os estados escolhidos.

#### 4.1 Região Sudeste

##### *São Paulo*

Segundo as estimativas do IBGE, SP possui uma população de aproximadamente 45 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 9,13% da população.

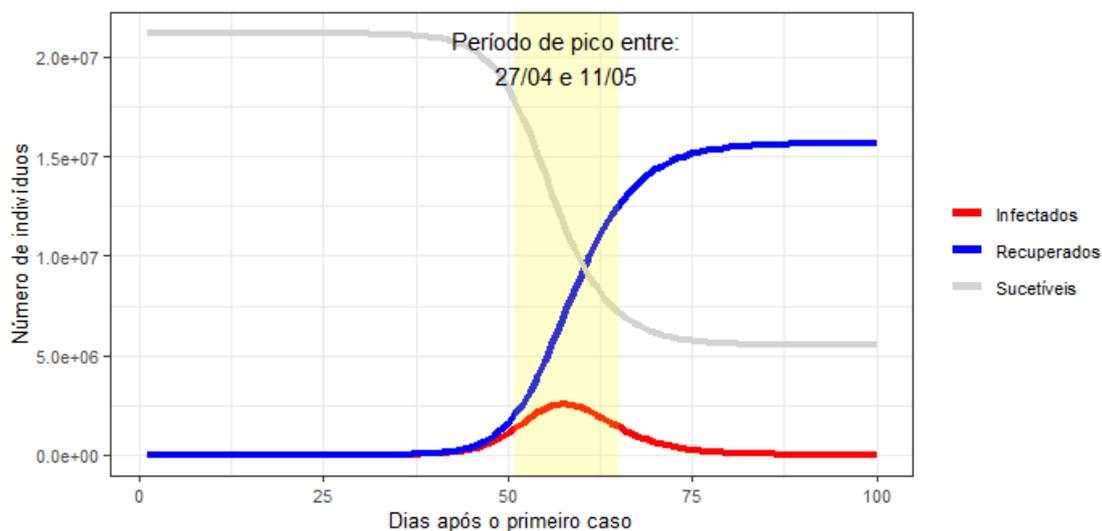
### Modelo S-I-R COVID-19 - SP



#### Minas Gerais

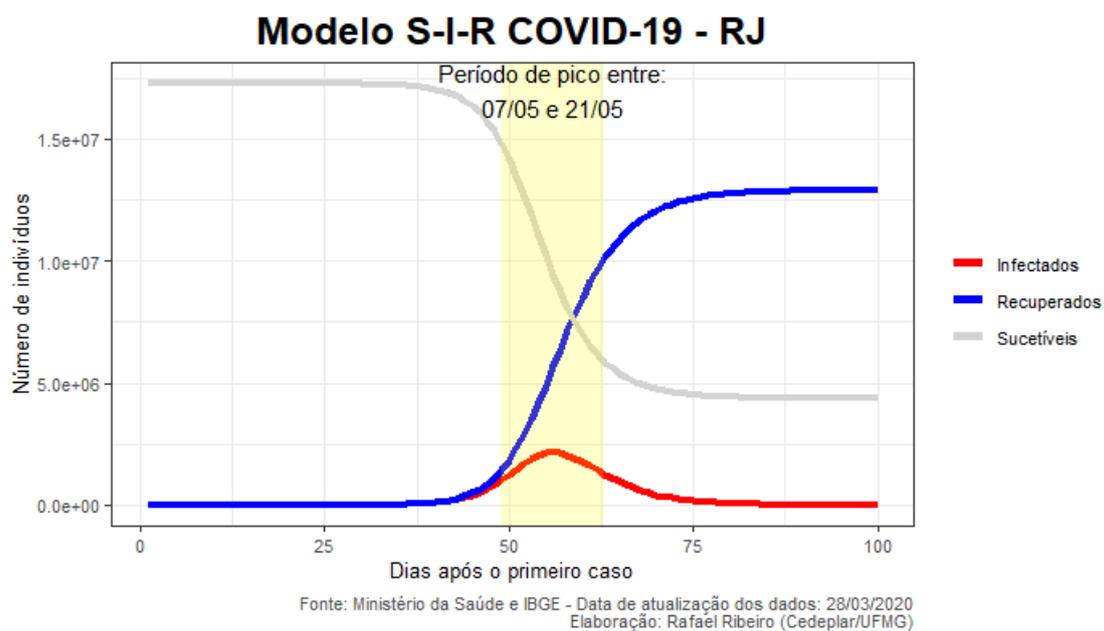
Minas possui uma população de aproximadamente 21 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 12,12% da população.

### Modelo S-I-R COVID-19 - MG



*Rio de Janeiro*

O estado do Rio possui cerca de 17 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 12,50% da população.

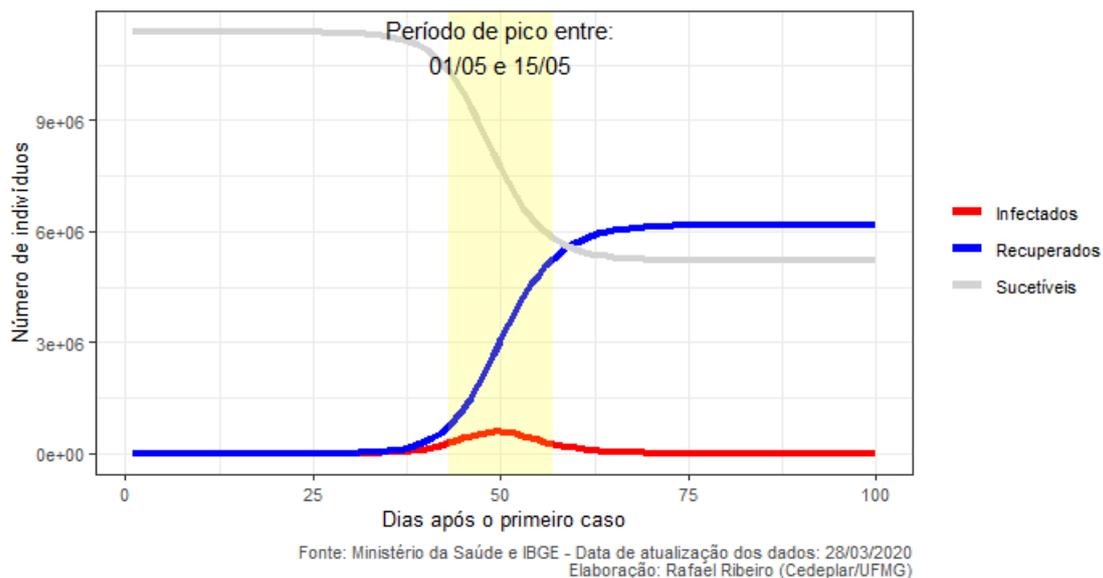


## 4.2 Região Sul

*Rio Grande do Sul*

O Rio Grande do Sul possui cerca de 11 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 5,23% da população.

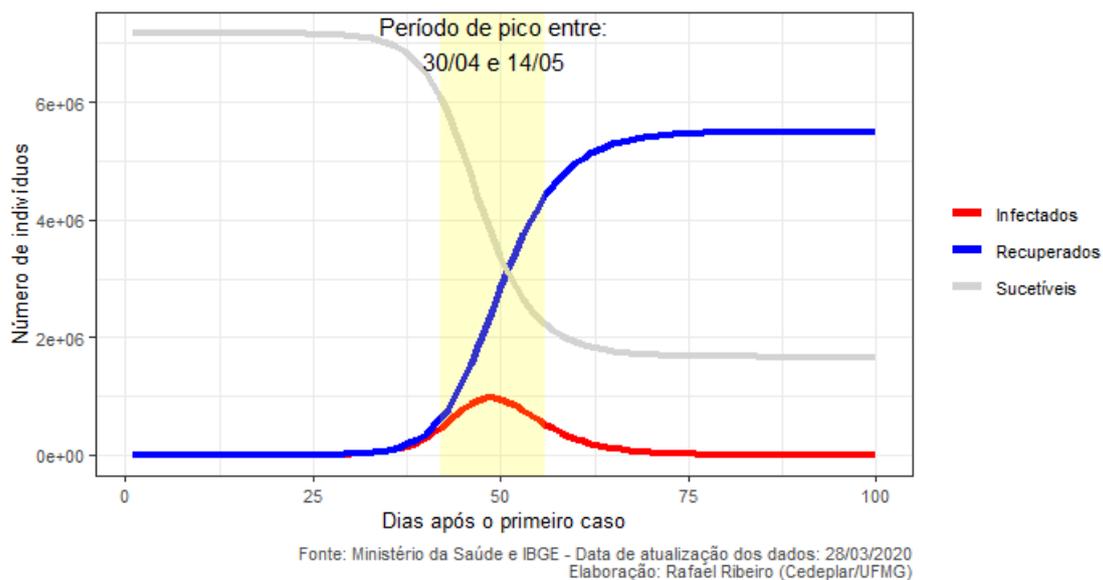
### Modelo S-I-R COVID-19 - RS



#### Santa Catarina

O estado do Rio possui cerca de 7 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 13,57% da população.

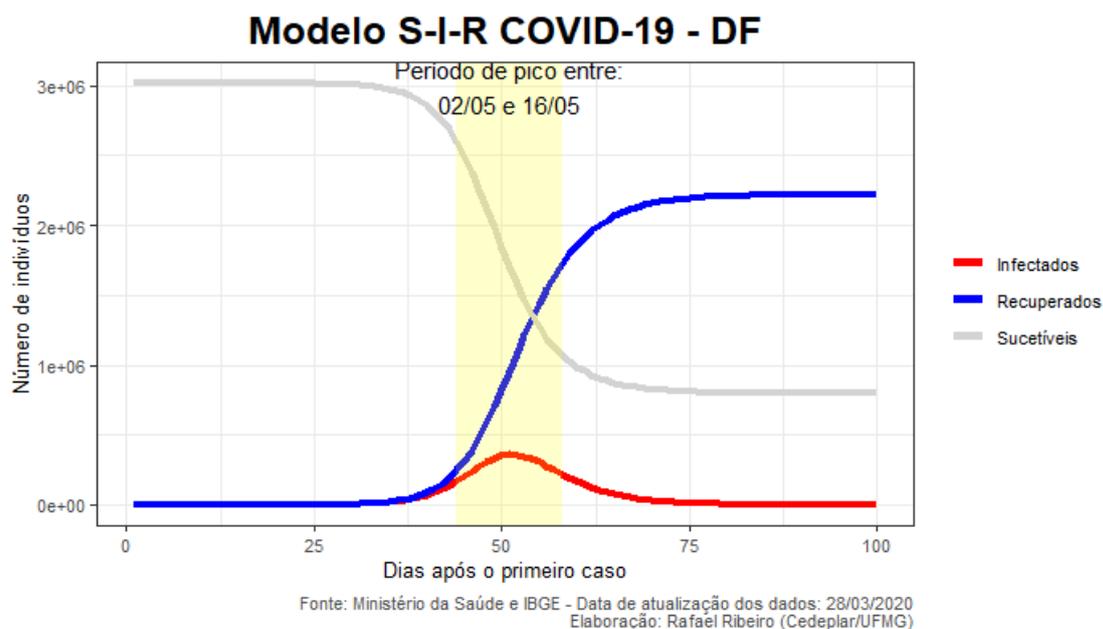
### Modelo S-I-R COVID-19 - SC



## 4.3 Região Centro-Oeste

### *Distrito Federal*

O Distrito Federal possui aproximadamente 3 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 11,94% da população.

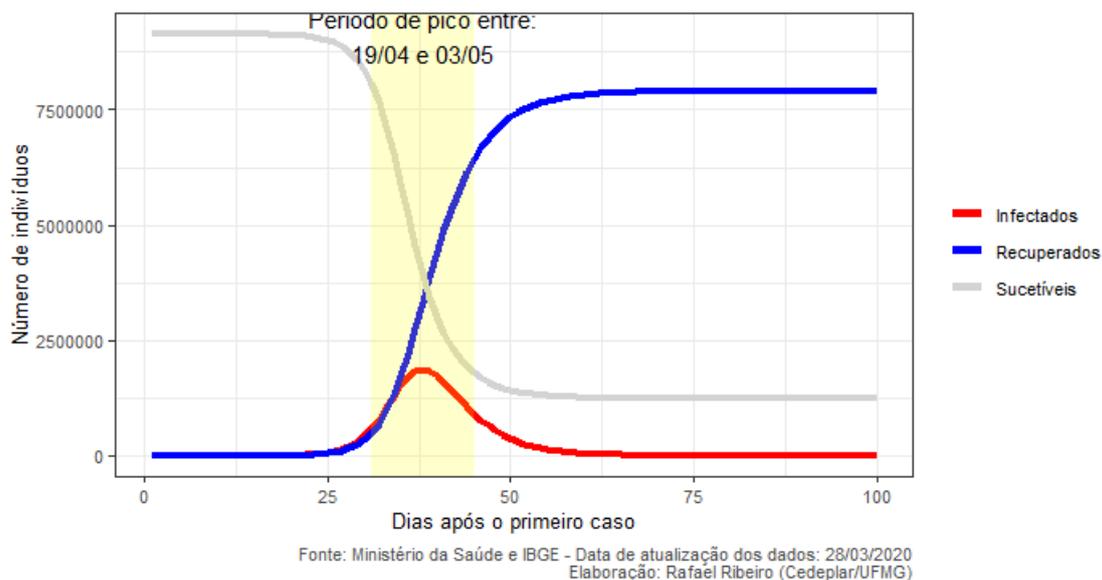


## 4.4 Região Nordeste

### *Ceará*

O estado possui cerca de 9 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 20,51% da população.

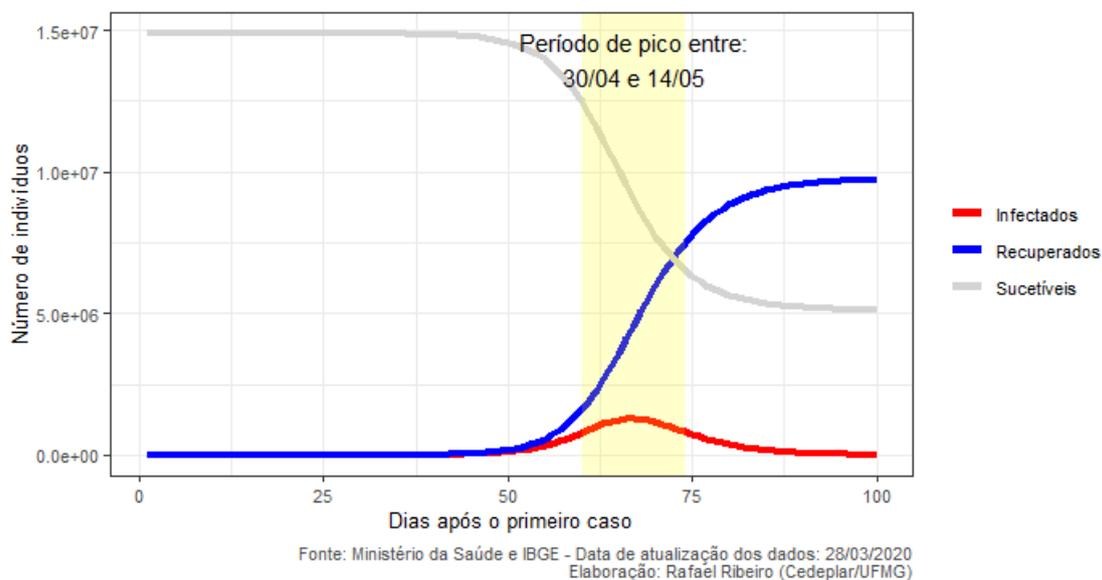
### Modelo S-I-R COVID-19 - CE



### Bahia

O estado da Bahia possui cerca de 14 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 8,61% da população.

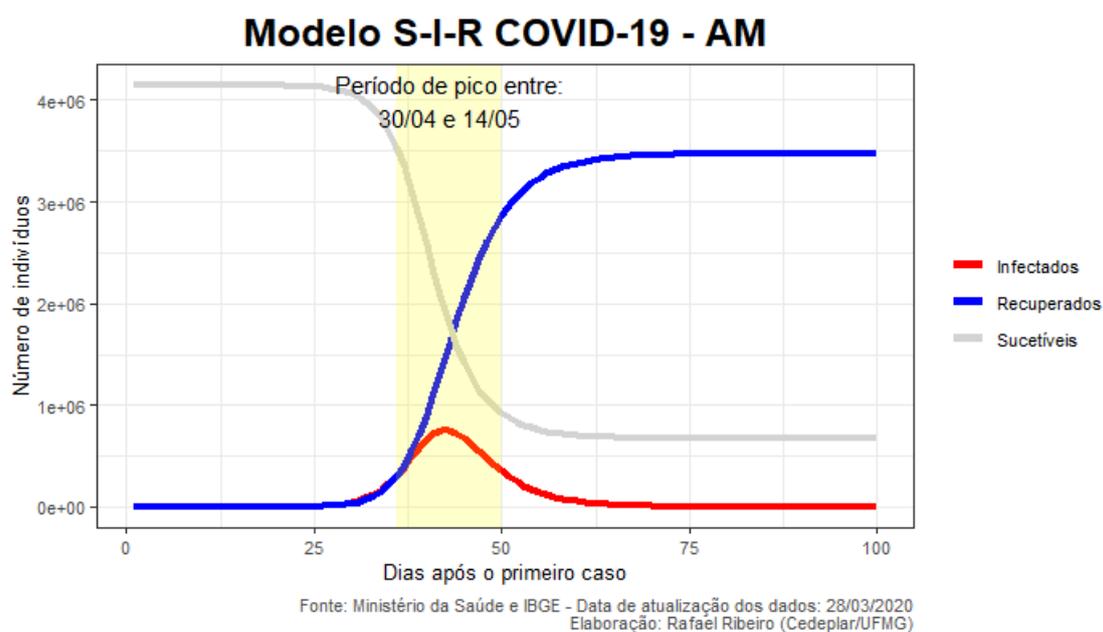
### Modelo S-I-R COVID-19 - BA



## 4.5 Região Norte

### Amazonas

O estado possui cerca de 4 milhões de habitantes. A taxa de contaminação esperada no pico é de 18,13% da população.



## 5 Taxa de reprodução

Calculei também a taxa de reprodução que é o número médio de pessoas saudáveis que cada pessoa infectada contamina. Esse valor é dado pela razão entre  $\beta$  e  $\gamma$ . Na Tabela 1 abaixo comparamos as estimativas atuais com as estimativas da Nota Técnica anterior (Ribeiro, 2020). Temos:

**Tabela 1.** *Evolução das taxas de reprodução por estado*

Região	Estados	Março	
		25	28
Sudeste	SP	1,68	1,65
	RJ	1,44	1,83
	MG	1,88	1,82
	ES	-	-
Sul	RS	-	1,44
	SC	-	1,90
	PR	-	-
Centro-Oeste	DF	1,87	1,80
	MT	-	-
	MS	-	-
	GO	-	-
Nordeste	CE	2,64	2,31
	BA	-	1,62
	MA	-	-
	PI	-	-
	RN	-	-
	PB	-	-
	PE	-	-
	AL	-	-
	SE	-	-
	Norte	AM	-
AC		-	-
AP		-	-
PA		-	-
RO		-	-
RR		-	-
TO		-	-
<b>Média</b>		<b>1,90</b>	<b>1,83</b>

Para efeito de comparação, estudos para algumas províncias da China mostram que essa razão está um pouco acima de 2. Os resultados para os estados brasileiros estão um pouco abaixo desse valor em média. Contudo, vale ressaltar que subnotificações nos estágios iniciais podem resultar em coeficientes mais baixos. Além disso, o fato de o Brasil ter tido tempo de colher informações a partir da experiência internacional e adotado medidas de mitigação mais cedo em relação aos países europeus, por exemplo, pode contribuir para que essa razão não esteja bastante elevada para a maioria dos estados avaliados aqui.

## 6 Comentários finais

Por fim, vale lembrar que esses resultados valem para o caso em que nenhuma medida adicional é adotada. Daí a importância de medidas mais duras de mitigação e contenção para que consigamos achatar as curvas. Medidas como a aprovação pelo congresso de uma renda emergencial de até R\$ 1.200,00 para famílias de autônomos, microempreendedores individuais e desempregados, se efetivas no propósito de manter o distanciamento social, podem de fato achatar as curvas e reduzir significativamente a taxa de transmissão do vírus.

## Referências

Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J. and Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16, 1190--1208. 10.1137/0916069.

Ribeiro, R. S. M. (2020). Previsões a partir do modelo epidemiológico SIR para os casos de infecção pelo COVID-19: uma aplicação para os estados de SP, MG, RJ, DF e CE. Nota Técnica - 01/2020 - Grupo de Políticas Públicas e Desenvolvimento (GPPD), Belo Horizonte, MG, data 28/03/2020. Link: <https://pesquisas.face.ufmg.br/gppd/publicacoes-2/notas-tecnicas/>